

THE XXI INTERNATIONAL MATHEMATICAL OLYMPIAD
LONDON 1979

PROBLEMS PROPOSED BY VIETNAM.

- VN1 Soit le polynôme $f(x)$ à coefficients entiers. Démontrer que si x prend 4 valeurs différentes $f(x)$ est toujours égal à 1979, mais $f(x)$ ne peut être égal au double de 1979 pour n'importe quelle valeur entière de x .
- VN2 Dans un plan soit un nombre fini de cercles égaux non sécants (peuvent être tangents extérieurement). Démontrer qu'on peut utiliser au maximum 4 couleurs pour colorer ces cercles tels que 2 cercles tangents ont des couleurs différentes. Quel est le nombre minimum de cercles qu'il faut colorer en 4 couleurs ?
- VN3 Dans un plan soit un triangle équilatéral ABC de côté a . M est un point sur le cercle circonscrit au triangle donné. Démontrer que la somme $s = MA^4 + MB^4 + MC^4$ EST INDÉPENDANTE de la situation du point M sur le cercle et déterminer cette valeur constante en fonction de a .
- VN4 Soit un triangle équilatéral ABC ; M est un point quelconque dans l'espace. a) Démontrer qu'avec 3 segments MA, MB, MC , on peut toujours construire un triangle.
b) Prenons deux points P, Q symétriques par rapport au centre O du cercle circonscrit au triangle ABC . Démontrer que les deux triangles construits avec les segments PA, PB, PC et QA, QB, QC , ont des aires égales.
- VN5 Soit un triangle, ayant pour mesure des côtés les nombres entiers, inscrit dans un cercle de diamètre 6,25. Trouver les côtés du triangle.